

---

# SPIS TREŚCI

---

WSTĘP	1
JAK KORZYSTAĆ Z PODRĘCZNIKA	5
PIERWSZE KROKI	9
0.1 ZNAJADOWANIE MIEJSCA ZEROWEGO FUNKCJI 1D	9
0.1.1. Metoda bisekcji	9
0.1.2. Metoda Newtona–Rhapsona oraz siecznych	10
0.2 ZNAJADOWANIE MINIMUM (MAKSIMUM) FUNKCJI 1D	10
0.2.1. Metoda złotego podziału	10
0.2.2. Inne metody	11
0.3 ĆWICZENIA	12
1 PROJEKT: PROSTOKĄTNA SKOŃCZONA STUDNIA KWANTOWA– STACJONARNE RÓWNANIE SCHRÖDINGERA W JEDNYM WYMIARZE	13
1.1 PODSTAWY FIZYCZNE: wybrane koncepcje mechaniki kwantowej	14
1.2 PROBLEM: stany własne cząstki w prostokątnej skończonej studni potencjału	16
1.3 METODY NUMERYCZNE: wyznaczanie miejsc zerowych funkcji charakterystycznych	17
1.4 ĆWICZENIA	18
2 PROJEKT: DYFRAKCJA ŚWIATŁA NA SZCZELINIE	21
2.1 PODSTAWY FIZYCZNE: elementy fizyki fal	21
2.2 PROBLEM: dyfrakcja fali na szczelinie	24
2.3 METODY NUMERYCZNE: schematy oparte na lokalnych aproksymacjach funkcji	25
2.3.1. Pochodne: schematy 2, 3 i 5-punktowy	25
2.3.2. Kwadratura: metoda prostokątów, trapezów oraz parabol (Simpsona)	26
2.4 ĆWICZENIA	28
3 PROJEKT: WAHADŁO JAKO WZORZEC JEDNOSTKI CZASU	33
3.1 PODSTAWY FIZYCZNE: zasady dynamiki Newtona, równanie ruchu	33
3.2 PROBLEM: wahadło matematyczne jako wzorzec jednostki czasu	35

3.3	METODY NUMERYCZNE: formuły rekurencyjne oparte na lokalnej ekstrapolacji funkcji podcałkowej całki 1-krokowej . . . . .	36
3.3.1.	Metoda Rungego–Kutty . . . . .	37
3.4	ĆWICZENIA . . . . .	38
4	PROJEKT: UKŁAD PLANETARNY . . . . .	41
4.1	PODSTAWY FIZYCZNE: prawo powszechnego ciążenia . . . . .	41
4.2	PROBLEM: ruch planet w polu grawitacyjnym gwiazdy . . . . .	43
4.3	Redukcja ruchu pojedynczej planety w polu centralnym do jednego wymiaru . . . . .	44
4.4	METODY NUMERYCZNE: algorytm Verleta . . . . .	46
4.5	ĆWICZENIA . . . . .	47
5	PROJEKT: GRAWITACJA WEWNĄTRZ GWIAZDY . . . . .	51
5.1	PODSTAWY FIZYCZNE: prawo Gaussa, równanie Poissona . . . . .	52
5.2	PROBLEM: pole grawitacyjne od ciągłego rozkładu gęstości masy . . . . .	53
5.3	METODY NUMERYCZNE: algorytm Numerowa–Cowellsa . . . . .	55
5.4	ĆWICZENIA . . . . .	56
6	PROJEKT: MODY NORMALNE W FALOWODZIE CYLINDRYCZNYM . . . . .	57
6.1	PODSTAWY FIZYCZNE: równanie falowe, fala stojąca . . . . .	57
6.2	PROBLEM: mody własne w światłowodzie . . . . .	59
6.3	METODY NUMERYCZNE: metoda strzałów . . . . .	59
6.4	ĆWICZENIA . . . . .	60
7	PROJEKT: WŁAŚCIWOŚCI ŚCIANY JAKO IZOLATORA TERMICZNEGO . . . . .	63
7.1	PODSTAWY FIZYCZNE: dyfuzja stacjonarna . . . . .	63
7.2	PROBLEM: dyfuzja stacjonarna ciepła przez ścianę . . . . .	65
7.3	METODY NUMERYCZNE: metoda różnic skończonych . . . . .	65
7.4	ĆWICZENIA . . . . .	68
8	PROJEKT: KONDENSATOR CYLINDRYCZNY . . . . .	71
8.1	PODSTAWY FIZYCZNE: zasada wariacyjna dla układu elektrostatycznego . . . . .	72
8.2	PROBLEM: kondensator cylindryczny . . . . .	73
8.3	METODY NUMERYCZNE: metoda elementów skończonych (FE) . . . . .	73
8.4	ĆWICZENIA . . . . .	74
	PROJEKTY ZAAWANSOWANE . . . . .	77
9	PROJEKT: SPRZĘŻONE OSCYLATORY HARMONICZNE . . . . .	79
9.1	PROBLEM: ruch sprzężonych oscylatorów harmoniczych . . . . .	80
9.2	ZADANIA . . . . .	81
10	PROJEKT: PROBLEM FERMIEGO–PASTY–ULAMA–TSINGOU . . . . .	87
10.1	PROBLEM: dynamika jednowymiarowego łańcucha oddziałujących mas punktowych . . . . .	87
10.2	ZADANIA . . . . .	92

11	PROJEKT: ZIMNA GWIAZDA WODOROWA	95
11.1	PROBLEM: rozkład gęstości masy w zimnej gwiazdzie wodorowej . . .	95
11.2	Algorytm numeryczny . . . . .	96
11.3	ZADANIA . . . . .	98
12	PROJEKT: PROSTOKĄTNA STUDNIA KWANTOWA WYPEŁNIONA ELEKTRONAMI – IDEA OBLICZEŃ SAMOUZGODNIONYCH	101
12.1	PROBLEM: studnia kwantowa wypełniona elektronami z neutralizującą ładunek dodatnią galareta . . . . .	103
12.2	ZADANIA . . . . .	103
13	PROJEKT: RÓWNANIE SCHRÖDINGERA ZALEŻNE OD CZASU	105
13.1	PROBLEM: ewolucja czasowa funkcji falowej w 1D studni kwantowej	105
13.2	ZADANIA . . . . .	108
14	PROJEKT: RÓWNANIE POISSONA W 2D	111
14.1	PROBLEM: reguła wariacyjna dla dwuwymiarowego układu elektrostatycznego i teoria jednoznaczności . . . . .	112
14.2	METODY NUMERYCZNE: metoda elementów skończonych dla układu 2D	113
14.3	ZADANIA . . . . .	114
	LITERATURA UZUPEŁNIAJĄCA	117
A	MATERIAŁY DODATKOWE	119
A.1	Reprezentacja Eulera liczby zespolonej . . . . .	119
A.2	Lokalna reprezentacja funkcji jednej zmiennej w postaci szeregu potęgowego . . . . .	121
	A.2.1. Szereg Taylora . . . . .	121
	A.2.2. Wielomiany Lagrange’a . . . . .	122
A.3	Równanie ruchu wahadła Wilberforce’a . . . . .	122
A.4	Związek dyspersyjny w problemie FPUT . . . . .	123
A.5	Równoważność sformułowania różniczkowego i wariacyjnego w elektrostatyce . . . . .	123
A.6	1. i 2. prawo jednoznaczności rozwiązań równania Laplace’a . . . . .	124
	A.6.1. Pierwsze prawo jednoznaczności . . . . .	125
	A.6.2. Drugie prawo jednoznaczności . . . . .	126
A.7	Dyskretyzacja funkcjonału energii całkowitej w elektrostatyce . . .	127
A.8	Gęstość gwiazdy . . . . .	128
A.9	Zależność energii sieci atomów wodoru w układzie regularnym od objętości komórki elementarnej . . . . .	